LYCEE JEMMEL LE : 11 / 03 / 2016

CLASSE : 4SC 1 DEVOIR DE CONTROLE N°2

DUREE : 2 heures

EXERCICE N° 1 (6 points)

Soient $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace avec $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=\|\vec{k}\|=1cm$

Les points A(2,1,0) ; B(1,2,2) ; C(3,3,1) et D(0,4,-1)

1°) Montrer que le triangle ABC est équilatéral

2°) a) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires

b) Calculer en cm^3 le volume du tétraèdre ABCD

3°) a) Montrer que le point G (2, 2,1) est le centre de gravite du triangle ABC

b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P=(ABC) est : x-y+z-1=0

c) Calculer la distance du point D au plan P

d) Calculer les coordonnées du projeté orthogonal du point D sur le plan P

4°) Soit S la sphère de centre D dont l'intersection avec le plan P est le cercle circonscrit au triangle ABC calculer R le rayon de la sphère S

EXERCICE N°2 (5 points)

Soit la suite J_n définie sur IN par : $J_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n t dt$

1°) a) Calculer J_0 et J_1

b) Montrer que $J_2=\frac{\pi}{4}$

2°) a) A l'aide d'une intégration par partie montrer que : $(n+2)J_{(n+2)}=(n+1)J_n$

b) En déduire que pour tout $n\in$IN : $(n+2)\, J_{(n+2)}J_{(n+1)}=(n+1)J_{(n+1)}J_n=\frac{\pi}{2}$

3°) a) Montrer que la suite J est décroissante

b) En déduire que pour tout $n \in IN$: $\frac{\pi}{2(n+1)} \leq J_n^2 \leq \frac{\pi}{2n}$

c) En déduire la limite de la suite J

EXERCICE N°3 (5 points)

Soit la fonction f définie sur]0 ; +∞[par $f(x)=x+(x-2)Lnx$

1°) a) Calculer $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

b) Montrer que $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

2°) a) Montrer que $f'(x)= \frac{2(x-1)}{x} + Lnx$

b) Calculer f'(1) et en déduire le signe de f'(x)

3°) Construire (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (unité : 2cm)

4°) a) Montrer que : $\int_1^e (x-2)Lnx\,dx = \frac{e^2-7}{4}$

b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par : (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations : x=1 et x=e

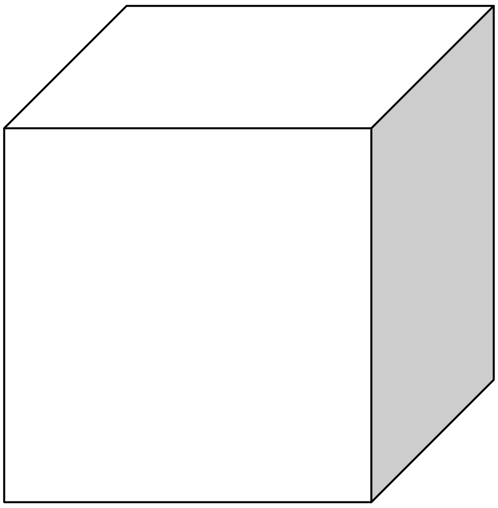
EXERCICE N°4 (4 points)

1°) Résoudre dans IR :

a) $Ln(x+3) + Ln(x+5) = Ln15$

b) $(Lnx)^2 - Ln\frac{1}{x} - 2 = 0$

2°) Soit OIJKLMNP un cube avec $(O,\vec{OI},\vec{OK},\vec{OL})$ un repère orthonormé direct cocher les réponses exactes.



a) Une représentation paramétrique de la droite (PI) est :

☐ (PI) : $\begin{cases} x = \alpha + 1 \\ y = -\alpha \\ z = -\alpha \end{cases}$ $\alpha \in \mathbb{R}$

☐ (PI) : $\begin{cases} x = 2\alpha + 1 \\ y = -\frac{1}{2}\alpha \\ z = \alpha ...... \end{cases}$ $\alpha \in \mathbb{R}$

☐ (PI) : $\begin{cases} x = 2\alpha ...... \\ y = -2\alpha + 1 \\ z = -2\alpha + 1 \end{cases}$ $\alpha \in \mathbb{R}$

b) Le plan (NLJ) est :

☐ Le plan médiateur du segment [KI]

☐ Le plan médiateur du segment [PI]

☐ Le plan (NLJ) coupe le plan(OIL) en la droite (OL)

NOM : ……………………………….PRENOM …………………………………………4SC EXP 1